

## О ПЕРЕСТАНОВОЧНОСТИ $n$ -МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП С $p$ -НИЛЬПОТЕНТНЫМИ ПОДГРУППАМИ ШМИДТА

В.Н. Княгина

Гомельский инженерный институт МЧС Республики Беларусь  
Речицкое шоссе, 35а, 246035 Гомель, Беларусь [knyagina@mail.ru](mailto:knyagina@mail.ru)

Рассматриваются только конечные группы. Группой Шмидта называют ненильпотентную группу, все собственные подгруппы которой нильпотентны.

Подгруппа  $H$  группы  $G$  называется 2-максимальной подгруппой, если существует максимальная подгруппа  $M$  в группе  $G$  такая, что  $H$  содержится в  $M$  в качестве максимальной подгруппы. Аналогично определяется 3-максимальная подгруппа и т.д. В общем случае, для натурального  $n > 1$  подгруппа  $K$  группы  $G$  называется  $n$ -максимальной подгруппой в  $G$ , если существует цепочка подгрупп

$$K = K_0 \subset K_1 \subset \dots \subset K_{n-1} \subset K_n = G,$$

такая, что  $K_i$  является максимальной подгруппой в  $K_{i+1}$  для каждого  $i = 0, 1, \dots, n-1$ .

В работе [1] исследовались группы, в которых максимальные подгруппы перестановочны с некоторыми подгруппами Шмидта. В работе [2] изучались группы, в которых для некоторого фиксированного  $n$  все  $n$ -максимальные подгруппы перестановочны со всеми подгруппами Шмидта. В частности, при  $n \in \{1, 2, 3\}$ , установлена метанильпотентность такой группы, а при  $n \geq 4$  и условии разрешимости самой группы — ее нильпотентная длина ([2], Теорема 2). В этой работе также были изучены  $p$ -разрешимые группы, в которых каждая  $n$ -максимальная подгруппа перестановочна с любой  $p$ -нильпотентной подгруппой Шмидта. Для каждого фиксированного  $n$  установлена  $p$ -длина такой группы ([2], Теорема 1).

В настоящей заметке мы дополняем полученные результаты и доказываем, что при тех же условиях, что и в Теореме 1 из [2], факторгруппа  $G/F(G)$   $p$ -замкнута. Здесь  $F(G)$  — подгруппа Фиттинга группы  $G$ . Доказана следующая теорема.

**Теорема.** *Зафиксируем простое число  $p$  и натуральное число  $n \in \{1, 2, 3\}$ . Если в  $p$ -разрешимой группе  $G$  каждая  $n$ -максимальная подгруппа перестановочна с каждой  $p$ -нильпотентной  $pd$ -подгруппой Шмидта, то  $G/F(G)$   $p$ -замкнута.*

**Следствие.** *Зафиксируем простое число  $p$  и натуральное число  $n \in \{1, 2, 3\}$ . Если в  $p$ -разрешимой группе  $G$  каждая  $n$ -максимальная подгруппа перестановочна с каждой  $p$ -нильпотентной  $pd$ -подгруппой Шмидта, то  $l_p(G) \leq 1$ .*

### Литература

1. Княгина В. Н., Монахов В. С. О перестановочности максимальных подгрупп с подгруппами Шмидта // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2011. Т. 17, № 4. С. 126–133.
2. Княгина В. Н., Монахов В. С. О перестановочности  $n$ -максимальных подгрупп с подгруппами Шмидта // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2012. Т. 18, № 3. С. 125–130.